

Câu 1 . (5.0 điểm) NineDivisors.

Số học là một trong những chuyên đề quan trọng trong Tin học, mà bất kỳ người học nào cũng cần trải nghiệm và nắm vững.

Trong đó, việc tìm hiểu và đếm số lượng ước số của một số nguyên là một nội dung cơ bản nhưng mang nhiều ý nghĩa trong các bài toán thuật toán.

Hôm nay, bạn Kantio được giáo viên giao cho một thử thách thú vị:

Hãy xác định số lượng các số nguyên dương không vượt quá n mà có đúng 9 ước số.

Yêu cầu : Với mỗi số n hãy đếm số lượng số có đúng 9 ước không lớn hơn n .

Dữ liệu vào : File **NineDivisors.cpp** gồm :

- Dòng đầu là số nguyên dương q là số truy vấn ($q \leq 10^6$).
- $q+1$ dòng tiếp theo là số nguyên dương n ($n \leq 10^{12}$).

Dữ liệu ra : File **NineDivisors.out** gồm :

- Gồm q dòng tương ứng là kết quả của mỗi truy vấn .

Ví dụ :

NineDivisors.inp	NineDivisors.inp
2	1
40	0
5	

Giải thích : Với truy vấn 1 : Có duy nhất 1 số là 36 có 9 ước mà không lớn hơn 40 . Còn truy vấn 2 không có số nào thoả mãn.

Ràng buộc :

- Có 50% test với $q, n \leq 10^3$.
- Có 25% test với $q \leq 10^3$ và $n \leq 10^6$.
- Còn lại không có ràng buộc gì thêm .

Bài 1 :

Khảo sát các số đầu ta thấy tất cả các số có 9 ước đều là số chính phương .

Chứng minh : Gọi n là một số có chín ước . Khi phân tích ra thừa số nguyên tố có dạng :

$$n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k} .$$

Vì vậy công thức tính số lượng ước của n là : $(a_1+1).(a_2+1) \dots (a_k+1) = 9$.

Xét các ước của 9 ta có các bộ số : (1,9);(3,3).

Vì vậy ta có 2 trường hợp xảy ra khi số đó có 9 ước :

TH1 : Số có dạng $n = p_1^2 p_2^2$ với p_1 và p_2 là thừa số nguyên tố .

TH2 : Số có dạng $n = p_1^8$.

Trong 2 trường hợp trên đều dễ thấy là số chính phương . Vì vậy chỉ cần duyệt đến \sqrt{n} .

Đối với Subtask1 : Ta duyệt trâu với mỗi truy vấn ta duyệt từ 1 -> n để đếm số lượng ước của n . Độ phức tạp là $n.q$

Subtask 2 : Tương tự nhưng ta chỉ cần duyệt từ 1 -> \sqrt{n} được độ phức tạp là $q.\sqrt{n}$.

Subtask 3 : Sử dụng kiến thức tổng tiền tố và kiến thức sàng số lượng ước và số lượng thừa số nguyên tố khi đó chỉ cần duyệt đến $\sqrt{\max A}$ khi đó với mỗi truy vấn ta chỉ cần là $O(n)$.